

**Váci SZC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu> e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

*2024/2025. 1. feladatsor
5.-6. évfolyam*

MEGOLDÁSOK

- 1.) Pista bácsi és Józsi bácsi egy lovat akarnak vásárolni. Pista bácsinak a pénze a ló árának $\frac{3}{4}$ részével, míg a Józsi bácsi pénze a ló árának $\frac{4}{5}$ részével egyenlő. Mivel fejenként nincs elegendő pénzük, ezért a lovat együtt vásárolják meg, és még marad 1320 krajcárjuk.
- a) Hány krajcárba kerül a ló?
b) Melyiküknek van több pénze és mennyivel?

Megoldás:

- a) A két bácsi pénze összesen a ló árának $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{31}{20}$ részét képezi. Így a fennmaradó 1320 krajcár a ló árának a $\frac{11}{20}$ része. Tehát a ló $1320 : \frac{11}{20} = 2400$ krajcárba kerül.
- b) Pista bácsinak a pénze a ló árának a $\frac{3}{4}$ része, vagyis $2400 : 4 \cdot 3 = 1800$ krajcár, míg Józsi bácsinak a pénze a ló árának $\frac{4}{5}$ része, azaz $2400 : 5 \cdot 4 = 1920$ krajcár. Tehát Józsi bácsinak van $1920 - 1800 = 120$ krajcárral több pénze.

- 2.) Egy farmon a tavaszi munkákra úgy osztották be a lovakat, hogy a lovak felét és egy fél lovat szántani, a megmaradt lovak felét és egy fél lovat vetni, 10 lovat pedig fuvarozni rendeltek. Hány ló volt összesen a farmon?

Megoldás:

A fordított út módszerét alkalmazzuk. A fuvarozni rendelt 10 ló fél lóval kevesebb, mint a szántásból kimaradt lovak fele, vagyis a szántásból kimaradt

$$2 \cdot \left(10 + \frac{1}{2}\right) = 21 \text{ ló.}$$

A 21 ló is fél lóval kevesebb, mint a farmon lévő lovak számának a fele, tehát a farmon összesen

$$2 \cdot \left(21 + \frac{1}{2}\right) = 43 \text{ ló volt.}$$

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

- 3.) Pista bácsinak kétszer annyi juha van, mint kecskéje. Kiszámította, hogy ha eladná a juhok $\frac{3}{4}$ részét és a kecskék $\frac{1}{3}$ részét, akkor 14-gyel több kecskéje maradna, mint juha. Hány juha, illetve kecskéje van Pista bácsinak külön-külön?

Megoldás:

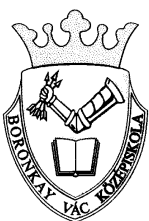
Ha Pista bácsi eladná a juhok $\frac{3}{4}$ részét és a kecskék $\frac{1}{3}$ részét, akkor a juhok $\frac{1}{4}$ része és a kecskék $\frac{2}{3}$ része maradna meg. Viszont a juhok kétszer annyian vannak, mint a kecskék. Ezért végül a juhok száma a kecskék számának $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ részével lenne egyenlő, továbbá 14-gyel több kecskéje maradna, mint juha. Ezért a kecskék számának a $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ része 14 állatot jelent. Így Pista bácsinak összesen 84 kecskéje és $2 \cdot 84 = 168$ juha van.

- 4.) Bandi bácsi a teheneit a következőképpen osztotta szét gyerekei között. Az első gyerekének adott egy tehenet és a maradék egy kilencedét, a másodiknak 2 tehenet és az így megmaradt tehének egy kilenced részét, a harmadiknak 3 tehenet és az így megmaradt tehének egy kilenced részét, és így tovább. A gyerekek csodálkozva látták, hogy mindegyikük ugyanannyi tehenet kapott. Hány gyereke volt Bandi bácsinak?

Megoldás:

Mivel az osztzkodás a legutolsó gyermeknél ért véget, ezért az ő esetében a számított maradék egy kilenced része nulla (ellenkező esetben az osztzkodás tovább folytatódik).

Az utolsó előtti gyermek ugyanannyi tehenet kapott, mint az utolsó. Az utolsó gyermek az utolsó előttihez képest egy tehenel kapott volna többet, viszont az utolsó előtti gyermek még megkapta a maradék egy kilenced részét (ez pedig az utolsó gyermek esetében nulla volt). Így az utolsó előtti gyermek esetében a maradék egy kilenced része 1 tehen volt. Tehát mielőtt az utolsó előtti gyermek megkapta volna a maradék egy kilenced részét akkor összesen 9 tehen volt még. Így az utolsó gyermek (és egyben mindegyik fejenként) 8 tehenet kapott. Visszafelé haladva az utolsó gyermek 8+0 tehenet, az öt megelőző 7+1 tehenet, és így tovább, az első 1+7 tehenet kapott. Könnyen kikövetkeztethető, hogy Bandi bácsinak 8 gyereke volt, és ők fejenként 8 tehenet kaptak.



**Váci SzC Boronkay György
Műszaki Technikum és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077; 27-412-077; 30-332-4264

WEB: <http://boronkay.hu> e-mail: boronkay@boronkay.hu



Levelező Matematika Szakkör

2024/2025. 1. feladatsor
7.-8. évfolyam

MEGOLDÁSOK

1.) Igaz-e a következő állítás?

Ha egy négyjegyű szám két-két jegye egyenlő, akkor ez a szám osztható 11-gyel vagy 101-gyel.

Megoldás:

A feltételnek megfelelő számok háromféle alakúak lehetnek:

$$\overline{aabb} = 1100a + 11b = 11(100a + b)$$

$$\overline{abab} = 1010a + 101b = 101(10a + b)$$

$$\overline{abba} = 1001a + 110b = 11(91a + 10b)$$

Az első és harmadik esetben 11-gyel osztható a szám, a második esetben pedig 101-gyel, így igaz az állítás.

2.) Oldjuk meg az alábbi két feladatot!

a) Van-e olyan szám, amely 3-mal osztva 1-et, 4-gyel osztva 2-t, 5-tel osztva 3-at, 6-tal osztva pedig 4-et ad maradékul?

b) Egy számról annyit tudunk, hogy 2-vel osztva maradékul 1-et, 3-mal osztva maradékul 2-t ad. Mennyi lesz a maradék, ha ezt a számot 6-tal osztjuk?

Megoldás:

a) Keressük a 3, 4, 5 és a 6 legkisebb közös többszörösét, ami a 60. Ennél a kettővel kisebb szám lesz a megfelelő azaz az 58. (Természetesen több ilyen szám is van, a 60 többszöröseinél 2-vel kisebb számok mind ilyenek, pl. a 118, 178, ...)

b) A 6 többszöröseinél egyel kisebb számok mind páratlanok, így 2-vel osztva 1 maradékot adnak, hárommal osztva pedig a 2-es maradékosztályba esnek. Ezek a számok pedig 6-tal osztva 5 maradékot fognak adni.

Készítette:
Cs. Nagy András

3.) A pozitív egész számokat 1-től 125-ig összeszoroztuk. Hány 0-ra végződik a kapott szorzat?

Megoldás:

A 10 hatványai végződnek 0-ra. 10-zel akkor osztható egy szám, ha 2-vel és 5-tel is osztható. 2-vel osztható szám több van, mint 5-tel osztható, ezért mi csak az utóbbiakat vizsgáljuk. A szorzatban tényezői közül az 5 többszörösei tartalmaznak 5-ös prímtényezőt. 25 db ilyen szám van de közülük a 25 5 db többszöröse 2 db 5-ös prímtényezőt tartalmaz, a 125 pedig 3-at. ezért összesen $25 + 5 + 1 = 31$ db 5-ös prímtényező van. Mindegyikhez találhatunk páros számot a szorzatban, ezért 31 db 0-ra fog végződni a szorzat.

4.) János bácsi a következőket mondja a gyerekeknek:

Gondoljatok egy háromjegyű számra (pl.: 674). Ezt írástok le kétszer egymás mellé; így egy hatjegyű számot fogtok kapni (674674). Ezt a hatjegyű számot osszátok el 7-tel, maradék nem lesz. Megvan az eredmény? Jó! Akkor ehhez most adjatok hozzá 3146-ot, s amit kaptatok osszátok el 11-gyel, maradék most sem lesz. Kész? Akkor a kapott hányadost megint osszátok ezúttal 13-mal. Maradéknak ismét nem szabad lennie. Valóban nincs maradék? Akkor talán jól osztottatok. Mennyi az eredmény? A gyerekek megmondják. Abban a pillanatban János bácsi rávágja, hogy mi volt a gondolt szám. Hogyan találta ki?

Megoldás:

Egy tetszőleges háromjegyű számot az alábbi alakba írhatunk \overline{abc} , a hatjegyűt pedig \overline{abcabc} . Ez tovább írható algebrai alakba: $\overline{abcabc} = 1001 \cdot \overline{abc} = 7 \cdot 143 \cdot \overline{abc}$. Ez valóban osztható 7-tel, az eredmény pedig $143 \cdot \overline{abc}$ -lesz. Ehhez ha hozzáadjuk a számot akkor az alábbiakat kapjuk: $143 \cdot \overline{abc} + 3146 = 11 \cdot 13 \cdot \overline{abc} + 11 \cdot 13 \cdot 22$. A 11-gyel és 13-mal osztás után az eredmény $\overline{abc} + 22$ lesz. A gyerekek által megmondott számból János bácsinak így csak 22-t kell kivonnia, hogy megkapja a gondolt számot.