



**Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077

☎/fax: 27- 315 - 093

WEB: <http://boronkay.vac.hu> e-mail: [boronkay@vac.hu](mailto:boronkay@vac.hu)



*Levelező Matematika Szakkör*

*2022/2023. 3. feladatsor  
5.-6. évfolyam*

## **GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSOK**

A különböző geometriai mennyiségek számításával kapcsolatos feladatok mindennapjaink részét képezik.

A kerület és terület meghatározásának igénye már az ókori népeknél megjelent. A földbirtokok területének kiszámítása már a legrégebbi időktől foglalkoztatta az embereket. A földterületek bekerítése pedig a kerületszámítás gyakorlati alapjait teremtette meg. A területszámítás az egyike a legrégebben tanulmányozott és a gyakorlatban is alkalmazott matematikai fogalmaknak. Például a babiloni matematikusok már i.e. 2000 táján ki tudták számítani egy derékszögű háromszög, a négyzetlap és a téglalap területét. Ugyancsak ebben az évezredben, Egyiptomban is helyesen számolták ezeknek a síkidomoknak a területét. Erre nagy szükség is volt, mivel a Nílus évenkénti áradása miatt a földbirtokok határát elmosta a víz és ezeket a területeket újra ki kellett jelölni. Kínában az i.e. II-I században szintén ismerték a gyakorlati élet által megkívánt területszámítási eljárásokat. Napjainkban a technika, a földrajz, a gazdaságtan és a földmérés (geodézia) fejlődésével egyre inkább előtérbe kerül a kerület- és területszámítás gyakorlati alkalmazásának fontossága.

A testek felszínének és térfogatának tanulmányozása nagyon sok olyan gyakorlati problémát vet fel, amelyekkel mindennapjainkban gyakran találkozunk. Találkozunk például olyan feladatokkal, amikor azt kell meghatároznunk, hogy mennyi csempe szükséges a burkoláshoz, mennyi festék egy falfelület lefestéséhez vagy mennyi papír egy ajándékdozoz csomagolásához, ezek mind a felszín fogalmával kapcsolatos problémák. Ha azt akarjuk meghatározni, hogy egy bizonyos tárgy mennyi helyet foglal el a térben, illetve milyen mennyiségű folyadékot tárolhatunk a belsejében, mindig előkerül a térfogat és űrtartalom kiszámításának kérdése.

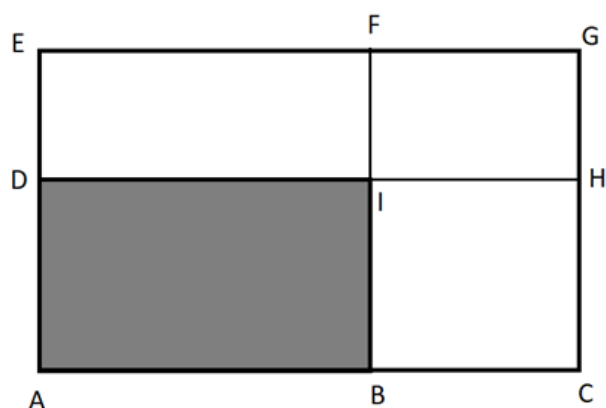
### **Mintapéldák**

- 1.) Józsi bácsi telke egy olyan téglalap, amelynek a hosszúsága kétszerese a szélességének. Józsi bácsi így morfondírozik: „Ha a szomszédos területeket is fölvásárolom, akkor a telkem hosszúsága 52 méterrel, a szélessége pedig 24 méterrel növekszik. Így 5048 m<sup>2</sup>-rel több földterületem lesz.” Milyen hosszúak a telek oldalai?

A feladatsort összeállította:  
Dr. Fülöp Zsolt

Megoldás:

Az alábbi ábrán Józsi bácsi telkét a sötéttel jelölt téglalap, az új telkét pedig az  $ACGE$  téglalap szemlélteti. Mivel az eredeti telek a telek hosszúsága 52 méterrel, a szélessége pedig 24 méterrel növekedett ezért az ábrán jelölt szakaszok közül  $DE = FI = GH = 24$  m, míg  $FG = HI = BC = 52$  m. Józsi bácsi telke  $5048 \text{ m}^2$ -rel növekedett, így az ábrán a fehérrel jelölt terület  $5048 \text{ m}^2$ . Ez viszont a



következő három téglalap területének összege. Az  $FGHI$  téglalap területe  $52 \cdot 24 = 1248 \text{ m}^2$ . Mivel a  $BI$  szakasz a telek szélessége és  $BC = 52$ , ezért a  $BCHI$  téglalap területének mérőszáma a telek szélességének az 52-szeresével egyenlő. A telek  $DI$  hosszúsága a szélességének a kétszerese és  $DE = 24$ , ezért a  $DIFE$  téglalap területének mérőszáma a telek szélességének a 48-szorosával egyenlő. A fentiekből következik, hogy a telek szélességének a 100-szorosa  $5048 - 1248 = 3800$ -al egyenlő. Tehát a telek szélessége  $3800:100 = 38$  m, a hosszúsága pedig  $2 \cdot 38 = 76$  m.

- 2.) Józsi bácsinak és Pista bácsinak két egybevágó téglalap alakú földterülete van, egy téglalap kerülete 414 m. Mindkét gazdának van három-három fia és a földterületeket egyenlően osztották szét a fiúk között. Józsi bácsi a földterületét a téglalap hosszúságával párhuzamos vonalak mentén, míg Pista bácsi a téglalap szélességével párhuzamos vonalak mentén osztotta fel, és az elválasztó vonalak mentén kerítések készítették. Végül kiszámították, hogy Józsi bácsiék összesen 86 m-rel hosszabb kerítést építettek, mint Pista bácsiék. Mekkora területe volt egy gazdának eredetileg?

Megoldás:

Józsi bácsi telkének esetében az elválasztó kerítések teljes hossza a téglalap hosszúságának kétszeresével egyenlő, míg a Pista bácsi telkének esetében a téglalap szélességének a kétszeresével egyenlő. Mivel Józsi bácsiék 86 m-rel több kerítést építettek, ezért az eredeti téglalap alakú földterület hosszúsága  $86:2 = 43$ -mal több, mint a szélessége. Mivel a téglalap kerülete 414 m, ezért a hosszúságának és szélességének összege 207 m. Ez viszont a téglalap szélességének a kétszeresét és még 43 métert jelent. Így a téglalap szélessége  $(207 - 43):2 = 82$  m, a hosszúsága pedig  $82 + 43 = 125$  m. Tehát az eredeti földterület nagysága  $125 \cdot 82 = 10250 \text{ m}^2$

- 3.) Józsi bácsi gabonatórozót készít. A vármegyei hivatal rendelete alapján csak olyan négyzetes oszlop alakú tározót engedélyeznek, amelynek minden éle méterben mérve 2-nél nagyobb egész szám és az élek hosszának összege 52 m. Hogyan tervezze meg Józsi bácsi a tározót ahhoz, hogy a legtöbb gabonát tudja tárolni?

Megoldás:

A négyzetes oszlopnak összesen 8 egybevágó alapéle és 4 oldaléle van, ezek összege 52 m. Ebből következik, hogy 2 alapél és egy oldalél összege  $52:4 = 13$  m. A következőkben megvizsgáljuk az összes esetet az alapélek hosszából kiindulva.

Ha az alapél 3 m, akkor az oldalél  $13 - 2 \cdot 3 = 7$  m. Ebben az esetben a tározó térfogata  $3 \cdot 3 \cdot 7 = 63 \text{ m}^3$ .

Ha az alapél 4 m, akkor az oldalél  $13 - 2 \cdot 4 = 5$  m. Ebben az esetben a tározó térfogata  $4 \cdot 4 \cdot 5 = 80 \text{ m}^3$ .

Ha az alapél 5 m, akkor az oldalél  $13 - 2 \cdot 5 = 3$  m. Ebben az esetben a tározó térfogata  $5 \cdot 5 \cdot 3 = 75 \text{ m}^3$ .

Tehát a legtöbb gabona tárolásához egy olyan tározó szükséges, amelynek alapéle 4 m, oldaléle pedig 5 m, ebbe a tárolóba  $80 \text{ m}^3$  gabona fér el.

- 4.) A termelészövetkezet tárolójában a kocka alakú szalmabálák egymásra helyezve egy téglatestet alkottak. Józsi bácsi a téglatest tetejéről elvitt egy réteget, amelyben 77 bála volt. Utána Pista bácsi elvitte az egyik oldalsó réteget, amelyben 55 bála volt. Sanyi bácsi a másik oldalsó réteget vitte el. A többi bálát a termelészövetkezet elnöke vitte el. Hány szalmabálát vitt el az elnök?

Megoldás:

Elsőként Józsi bácsi 77 bálát vitt el. Mivel  $77 = 7 \cdot 11$ , ebből következik, hogy a téglatest legfelső rétegében 7 sor volt és mindegyik sorban 11 bála. Ebből adódik, hogy a téglatest hosszúsága 11 bála és szélessége 7 bála méretével egyenlő. Utána Pista bácsi egy oldalsó réteget vitt el, amelyben 55 bála volt. Az előző esetből kiindulva adódik, hogy egy olyan rétegről van szó, ahol 5 sorban soronként 11 bála van. Mivel eredetileg Józsi bácsi a legfelső réteget már elvitte, következik, hogy a téglatest eredeti magassága 6 bála méretével volt egyenlő. Sanyi bácsi egy másik oldalsó réteget vitt el, ennek méretei 5 bála, illetve 6 bála méretével egyenlők, tehát Sanyi bácsi összesen 30 bálát vitt el. Mivel kezdetben  $11 \cdot 7 \cdot 6 = 462$  bála volt, ezért az elnök  $462 - 77 - 55 - 30 = 300$  bálát vitt el.

**Gyakorló feladatok**

- 1.) Pista bácsi telke négyzet alakú, melynek területe megegyezik a Józsi bácsi telkének a területével. Józsi bácsi telke téglalap alakú, melynek hosszúsága 16 m-rel hosszabb, szélessége pedig 12 m-rel rövidebb, mint Pista bácsi telkének egy oldala. Mekkora a két telek oldalai?
- 2.) Józsi bácsi három katonakori fényképét készült bekeretezni. Mind a három képnek azonos a mérete, a hosszúsága 40 cm, szélessége pedig 30 cm. A pincében viszont csak 170, 180, 190, 210, 220 és 230 centiméter hosszú keretlécet voltak. Kis gondolkodás után kiválasztott két darab lécezt, és miután kiszabta a 3 képhez szükséges kereteket, egyetlen centiméter hulladék sem maradt (a keretek méretei is megegyeznek a fényképek méreteivel). Melyik két lécezt hozta fel a raktárból, és hogyan darabolta fel azokat?

A feladatsort összeállította:  
Dr. Fülöp Zsolt

- 3.) Józsi bácsi karácsonyi ajándékot készít. Először 1 cm élhosszúságú kis kockákból egy nagyobb kockát rakott össze, amelynek a felszíne  $54 \text{ cm}^2$  lett. Utána pedig ebből elvett valahány kiskockát, és az így kapott testet lefestette. Legkevesebb hány kiskockát vett el, ha tudjuk, hogy  $62 \text{ cm}^2$  felületet festett be?
- 4.) Pista bácsi karácsonyi ajándéka egy téglatest, amelynek egy csúcsba futó három éle 3 cm, 4 cm és 5 cm. Ezt a téglatestet 1 cm élhosszúságú kis kockákból ragasztással állította össze. Mivel ő egy zsigori ember, a ragasztás során minden egymásra illeszkedő lapot úgy ragasztott össze, hogy csak az egyik lapra kent ragasztót. Hány négyzetlapot kent be ragasztóval?

### **Kitűzött feladatok**

- 1.) Józsi bácsi egy tábla szalonnát szeletel, amely téglalap alakú és kerülete 290 cm. A szalonnát a hosszúságával párhuzamos vágásokkal négy egyenlő részre osztja. Az így keletkezett darabok közül egynek a kerülete 200 cm. Határozzuk meg az eredeti tábla szalonna hosszúságát és szélességét!
- 2.) Egy téglatest egy csúcsból kiinduló élei centiméterben mérve különböző egész számok. Az élek hosszának összege 56 cm. Adjuk meg az összes ilyen tulajdonságokkal rendelkező téglatest méreteit! Ezek közül melyiknek a legnagyobb a térfogata?
- 3.) Józsi bácsinak és Pista bácsinak egyforma téglalap alakú telke van, amelynek oldalai 115 m és 60 m. Ezeken a telkeken a konyhakerti növények számára ágyásokat alakítanak ki úgy, hogy a teljes területet felhasználják. A polgármesteri hivatal ökológiai okok miatt csak az olyan négyzet alakú ágyásokat engedélyezi, amelyeknek a méterben mért oldalhossza egész szám. Pista bácsi először kialakít két  $50 \text{ m} \times 50 \text{ m}$  nagyságú ágyást, majd a megmaradt területet a lehető legkevesebb négyzet alakú ágyásra osztja fel. Józsi bácsi olyan ágyásokat tervez, amelynek oldalai legfeljebb 30 m hosszúak és a területet a legkevesebb ágyásra akarja felosztani. Az ágyásokat kifeszített zsinegekkel választják el egymástól. Melyik gazda használt fel több zsineget?
- 4.) Józsi bácsi telke négyzet alakú. Pista bácsi telke egy olyan téglalap, amelynek hosszúsága 11 m-rel nagyobb, szélessége pedig 9 m-rel nagyobb, mint a Józsi bácsi telkének egy oldala. A Pista bácsi telkének a területe  $759 \text{ m}^2$ -rel nagyobb, mint a Józsi bácsi telkének a területe. Mekkora a két telek oldalai?

Beküldési határidő: **2023.02.12.**  
Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ  
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:  
Dr. Fülöp Zsolt



**Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium**

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077

☎/fax: 27- 315 - 093

WEB: <http://boronkay.vac.hu> e-mail: [boronkay@vac.hu](mailto:boronkay@vac.hu)



*Levelező Matematika Szakkör*

*2022/2023. 3. feladatsor  
7.-8. évfolyam*

## **SZÖVEGES FELADATOK**

A gyakorlatban előforduló problémák megoldása során sok esetben egyenleteket írunk fel. Ezek megoldása adja a szövegesen megadott probléma megoldását. Az első lépés a szükséges adatok kiválasztása a szövegből. Ezután felírjuk az adatok közti összefüggéseket a matematika nyelvén, majd ezt követi a megfelelő egyenlőség felírása. Nézzünk példákat!

### **Mintapéldák**

- 1.) Szüleiddel karácsonyi vásárra mentek. A szüleidnél összesen 24 000 Ft, nálad 1200 Ft van. Ha édesapád átadna édesanyádnak 8000 Ft-ot, akkor mindkettőjüknek ugyanannyi pénze lenne. Mivel egymásnak akartok meglepetést venni, külön-külön mentek vásárolni. Mennyi pénze volt édesapádnak és édesanyádnak külön-külön?

#### Megoldás:

Szükséges adatok: szüleidnek összesen 24000 Ft-ja van. Édesapád 8000 Ft-ot adna át édesanyádnak. (Az, hogy neked mennyi pénzed van, a feladat szempontjából nem lényeges, tehát az 1200 Ft nem szükséges adat.)

Összefüggés: ha édesanyádnak  $x$  Ft-ja van, akkor édesapádnak  $(24\ 000 - x)$  Ft-ja van. Ha édesapád 8000 Ft-ot ad édesanyádnak, akkor édesanyádnak  $x + 8000$  Ft-ja lesz, az édesapádnak viszont  $(24000 - x) - 8000 = 16000 - x$  Ft-ja marad.

Ezért felírható a következő egyenlőség:  $16000 - x = x + 8000$ .

Az egyenletet megoldva kapjuk, hogy  $x = 4000$ , az egyenletbe helyettesítve ez helyes megoldás. A szövegbe helyettesítve: édesapádnak 20 000 Ft-ja, édesanyádnak 4000 Ft-ja van.

Ellenőrzés:  $20\ 000\ Ft + 4000\ Ft = 24\ 000\ Ft$ .

- 2.) Tudjuk, hogy egy dobozban ötször annyi szög van, mint egy másikban. Az egyikből átraktunk a másikba 32 db szöget, így mindkét dobozban ugyanannyi szög lett. Mennyi szög volt a dobozokban eredetileg és a pakolás után?

#### Megoldás:

A) Következtetéssel:

A feladatsort összeállította:  
Merényi Imre

Ha 32 szöget átrakva lett ugyanannyi a két dobozban, akkor eredetileg a különbség 64 volt. A két dobozban levő szögek között 5-szörös a különbség, vagyis a különbség a kevesebb szögmennyiség négyszerese. Így a kevesebb szöget tartalmazó dobozban  $64 : 4 = 16$  szög van, a másikban  $16 \cdot 5 = 80$ . Ellenőrzés:  $80 - 32 = 48$ , és  $16 + 32 = 48$ , átrakással egyenlővé válik a szögek száma.

B) Egyenlet felírásával:

Jelölje  $x$  (darab) a kevesebb szöget tartalmazó dobozban levő szögek számát. A másikban ennek 5-szöröse,  $5x$  darab szög van. Egyenlet felírásakor mindig egyenlő mennyiségeket keresünk, amelyet két kifejezéssel is fel tudunk írni. A szöveg megmondja, mi lesz egyenlő: a szögek száma, átrakás után.

A kevesebb szöghöz adódik 32, így az egyik dobozban  $x + 32$  lesz.

A többől kivonódik 32, így a másik dobozban  $5x - 32$  lesz.

Ezek egyenlőek, így:  $5x - 32 = x + 32$ .

Az egyenlet megoldása: 16. Így a másik dobozban 80 szög van.

*Ellenőrzés: Ez megfelel a feladat szövegének, hiszen ha a 80 darab szögből 32-t átteszek a 16 szög mellé, akkor mindkét dobozban 48 darab szög lesz.*

Szöveges feladatok esetén mindig a szövegből indulunk ki: értelemszerűen választjuk meg az ismeretlent, és fel is írjuk, hogy mit jelent, és milyen egységben keressük az értékét.

- 3.) Kati néni két kosárnyi, összesen 90 kg sárgabarackot árul a piacon. Hány kg volt a kosarakban, ha az egyik kosárban lévő barack 25%-a megegyezett a másik kosárban lévő barackok 20%-ával?

Megoldás:

Az egyik kosárban  $x$ , a másikban  $(90 - x)$  kg barack volt.

$x$ -nek a 25%-a  $0,25x$ ;  $(90 - x)$ -nek a 20%-a  $0,2(90 - x)$ .

Felírhatjuk a következő egyenletet:  $0,25x = 0,2(90 - x)$

Ebből  $x = 40$ . Az egyik kosárban 40 kg, a másikban 50 kg barack volt.

*Ellenőrzés:  $0,25 \cdot 40 = 10$ ;  $0,2 \cdot 50 = 10$ ; 40-nek a 25%-a egyenlő 50-nek a 20%-ával.*

- 4.) Egy  $672 \text{ m}^2$  területű tér kőlapokkal történő burkolása 12 nap alatt készül el. 10 napon át 4 ember dolgozik, majd az utolsó két napon még 4 embert beállítanak, hogy a munka időre befejeződjön. Átlagosan hány négyzetméterrel készül el naponta 1 ember?

Megoldás:

Ha  $x$  négyzetmétert tud naponta egy ember kőlapokkal befedni, akkor 10 nap alatt a 4 ember  $10 \cdot 4x$ , és 2 nap alatt a 8 ember  $2 \cdot 8x$  kőlapot rak le. Ezért az egyenlet:  $40x + 16x = 672$ .

Ebből  $x = 12$ . Azaz 1 ember átlagosan  $12 \text{ m}^2$  kőlapot tud lerakni.

*Ellenőrzés:  $10 \cdot 4 \cdot 12 = 480$ ,  $2 \cdot 8 \cdot 12 = 192$ .  $480 + 192 = 672$ .*

## Gyakorló feladatok

- 1.) Egy vízzel telt medencéből két szivattyúval víztelenítenek. Az egyik szivattyú 12 óra alatt, a másik 8 óra alatt tudná a medencét vízteleníteni. Hány óra alatt tudják a vizet kiszivattyúzni, ha a két szivattyú együtt dolgozik?
- 2.) Egy kétjegyű szám egyik számjegye kétszer akkora, mint a másik. Ha a számjegyeket felcseréljük, és a keletkezett számból kivonjuk az eredetit, akkor 36-ot kapunk. Melyik ez a szám?
- 3.) Egy 36 éves anyának 6 éves fia van. Hány év múlva lesz az anya háromszor annyi idős, mint a fia?
- 4.) Egy pásztornak át kell kelnie a folyón egy kecskével, egy kosár káposztával, és egy farkassal. A csónakkal egyszerre ezek közül csak egyet vihet át a túlpartra. Ha a kecske és a káposzta egyedül marad, akkor a kecske megeszi a káposztát. Ha a kecske és a farkas marad egyedül, akkor a farkas eszi meg a kecskét. Hogyan juthatnak át a másik partra, hogy egyikben se essen kár? (A feladat megoldása során egyenlet felírása nem feltétlenül vezet eredményre.)

## Kitűzött feladatok

- 1.) Valaki egy híres színészről életkora iránt érdeklődik. Íme a válasza: "Életkorom éppen  $\frac{4}{3}$  - a a hátralevő időm felének, ha száz évig élek." Hány éves a színész?
- 2.) Egy kétjegyű szám egyik számjegye kétszer akkora, mint a másik. Ha a számjegyeket felcseréljük, és a keletkezett számból kivonjuk az eredetit, akkor 36-ot kapunk. Melyik ez a szám?
- 3.) Zoli, Krisztián, Laci és István szeretnék megvenni a kedvenc PlayStation játékukat. Zoli beleadott 3250 Ft-ot. Krisztián feleannyit, Laci harmadannyit, István negyedannyit fizetett, mint a többiek összesen. Mennyibe került a játék?
- 4.) Fejtsd meg Diophantos, görög matematikus sírfeliratát! "Vén Diophantoszt rejti e kő. Bár ő maga szunnyad, megtanította a sírt, mondja el élte sorát. Évei egy hatodát töltte ki a gyöngygyerekkor, még feleannyi lefolyt, s álla szakálla kinőtt. Egy heted eltelt még, és nászágy várta a férfit, elmúlt újra öt év, és fia megszületett. Ez feleannyi napig láthatta a fényt idefenn, mint atyja, mivel neki így szabta az isteni sors. Őt gyászolva a sír felé hajlott agg Diophantos, négy évvel később ő is elérte a célt. Mondd, hány esztendő volt hát meg gyászban, örömben, S itta az édes fényt, míg hona lett ez a sír?"

Beküldési határidő: **2022.02.12**

Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ  
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:  
Merényi Imre