



MEGOLDÁSOK

- 1.) András, Béla, Cecil, Dénes és Elemér egy baráti találkozót szerveztek a Neigyálsört nevű kávézóban. A találkozóra Cecil később érkezett, mint András. Dénes és Elemér nem közvetlenül egymás után érkeztek, viszont Dénes érkezett hamarabb. Az érkezők között nem Béla volt az utolsó és nem Dénes volt az első. Hányféle sorrendben érkezhettek? Soroljuk fel az összes lehetőséget!

Megoldás:

A feladat feltételeit figyelembe véve az érkezési sorrendek a következők lehetnek:

A D C B E

A D B C E

A D B E C

A C D B E

A B D C E

B A D C E

B D A C E

B D A E C

Tehát összesen 8 féle sorrendben érkezhettek.

- 2.) Móric azt a feladatot kapta, hogy írjon fel 12 különböző pozitív egész számot úgy, hogy azok összege 81 legyen. Melyek lehetnek ezek a számok? Soroljuk fel az összes lehetőséget!

Megoldás:

Mivel $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78$ ez hárommal kisebb, mint 81. Ezért szükséges, hogy az $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78$ összeg tagjai közül néhányat úgy növeljünk, hogy a növekedés összesen 4 legyen, viszont az így kapott számok különbözők maradjanak. Ezt a következőképpen érhetjük el:

- Az összeg egyik tagját hárommal növeljük. Ekkor a keresett számok:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 15 = 81$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 12 + 14 = 81$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 11 + 12 + 13 = 81$$

- 3.) A matematika tanár egy csapatversenyre 6 tanulót (András, Balázs, Dénes, Emese, Flóra és Hajni) nevezett be. Egy csapatnak két vagy három tanulóból kell állnia. A tanár úgy döntött, hogy minden csapatban legyen legalább egy lány. Hányféleképpen állíthatja össze a csapatokat?

Megoldás:

Jelöljük a gyerekeket a neveik kezdőbetűivel, vagyis A, B, D, E, F, H.

Amennyiben a tanár három kétfős csapat összeállításában gondolkodik, akkor a következő csapat összeállítások lehetségesek:

A – E B – F D – H

A – E B – H D – F

A – F B – E D – H

A – F B – H D – E

A – H B – E D – F

A – H B – F D – E

A fentieket figyelembe véve a három darab két főből álló csapat összesen 6-féleképpen állítható össze.

A tanár viszont három főből álló csapatokat is összeállíthat. Ebben az esetben elég megvizsgálunk az egyik csapat összeállításának lehetséges módozatait, ugyanis a többi gyerek a másik csapatba kerül. Ezt a gondolatmenetet követve vizsgáljuk meg például azokat az eseteket, amikor az első csapatba egy lány és két fiú kerül. Így például Emese csapattársai András és Béla, András és Dénes, illetve Béla és Dénes lehetnek, ez pedig három lehetőséget jelent. Hasonlóan három-három esetben lesz Flórának, illetve Hajninak a csapattársa két fiú. Így a két darab három főből álló csapat összeállítása $3 \cdot 3 = 9$ –féleképpen lehetséges.

Tehát a matematikatanár összesen $6 + 9 = 15$ -féleképpen állíthatja össze a csapatokat.

- 4.) András leírta 1-től kezdődően növekvő sorrendben a pozitív egész számokat. (1234567891011121314...) Melyik számjegy áll a 2021. helyen?

Megoldás:

Az egyjegyű számok felírásához 9 számjegy szükséges. A kétjegyű számokat $2 \cdot 90 = 180$ számjegy segítségével írhatjuk fel. Marad még $2021 - 189 = 1832$ számjegy. Ezek a háromjegyű számok felírásához kellenek. Mivel $1832 = 610 \cdot 3 + 2$, ezért a 611. háromjegyű szám második számjegyét vizsgáljuk. Ez a számjegy a 710 második számjegye pedig az 1. **Tehát az 1 a 2021. leírt számjegy.**



MEGOLDÁSOK

- 1.) Éva most 24 éves, kétszer olyan idős, mint Kati volt akkor, amikor Éva olyan idős volt, mint Kati most. Hány éves most Kati?

(A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 18 (E) 20

Megoldás:

A megoldás során jó hasznát vesszük a következő táblázatnak:

	MŰLT	JELEN
ÉVA	x	24
KATI	12	x

Mivel az idő mindkettőjük számára ugyanúgy múlik, ezért felírható a következő egyenlet:

$$24 - x = x - 12$$

Ennek megoldása pedig: $x = 18$. **A helyes válasz (D).**

- 2.) Ha $5x - 3$ értéke 5, akkor mennyit ér $10x - 10$?

(A) -6 (B) -2 (C) 6 (D) 10 (E) 14

Megoldás:

$5x - 3 = 5$ egyenlet megoldása $x = \frac{8}{5}$. $10x - 10 = 10 \cdot \frac{8}{5} - 10 = 6$. **A helyes válasz (C).**

- 3.) A $3 \cdot (x - 2) - 2 \cdot (2 - x)$ kifejezés legegyszerűbb alakja:

(A) $x - 2$ (B) $5x - 10$ (C) $10 - x$ (D) $2x - 2$ (E) $2x + 2$

Megoldás:

$3(x - 2) - 2(2 - x) = 3x - 6 - 4 + 2x = 5x - 10$. **A helyes válasz (B).**

- 4.) A \square jellel szimbolizált művelet bármely valós a és b szám esetén a következő: $a \square b = ab + a + b$. Ha $3 \square 5 = 2 \square x$, akkor x értéke:

(A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 7,5 (E) 11,5

Megoldás:

$$3 \square 5 = 3 \cdot 5 + 3 + 5 = 23$$

$$2 \square x = 2 \cdot x + 2 + x = 3x + 2$$

$3x + 2 = 23$, ebből pedig $x = 7$. **A helyes válasz (C).**