



Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077

☎/fax: 27- 315 - 093

WEB: <http://boronkay.vac.hu> e-mail: boronkay@vac.hu



Levelező Matematika Szakkör

**2020/2021. 1. feladatsor
5.-6. évfolyam**

MÉRTÉKEGYSÉGEK

Bevezetés

Mértékegységeknek hívjuk azokat a méréshez használt egységeket, amivel a különböző mennyiségeket pontosan meg tudjuk határozni. Így a mérendő mennyiségeket összehasonlítva a mértékegységgel megkapjuk a mérőszámot, amely kifejezi, hogy az illető mennyiség hányszorosa a mértékegységnek. A mérések megkönnyítése és a könnyebb információ áramlás céljából szükséges, hogy egységes mérési szabványokat hozzunk létre, vagyis szükségünk van a mértékegységek rendszerére. A tudományos mértékegységek valójában a régi súly- és térfogat-mértékek általánosításából keletkeztek, melyeket már régóta használunk a kereskedelemben. Ebből fejlődött ki a napjainkban használatos Nemzetközi Mértékrendszer, amely az egységesített mértékegységeket foglalja magába. Gyakran találkozunk viszont olyan mértékegységekben megadott értékekkel, amelyek már elavultak, vagy hazánkban nem is (voltak) használatosak. A következő feladatokban találkozunk a napjainkban használatos mértékegységek mellett az úgynevezett „régii” mértékegységekkel is.

Mintapéldák

- 1.) A szeszes italok mérésénél régen az akó, pint, icce és korsó mértékegységeket használták. 30 pint és 10 korsó ugyanakkora űrtartalmú, mint egy akó. 3 korsó űrtartalma egyenlő 2 icce űrtartalmával. 1 pint űrtartalma 2,5 deciliterrel több, mint 1 icce és 1 korsó űrtartalma együtt. 3 pint ital annyit jelent, mint 4 icce és 3 korsó együtt. Mennyi az egyes mértékegységek űrtartalma a napjainkban használatos mértékegységekben kifejezve?

Megoldás:

A feladatban szereplő összefüggéseket figyelembe véve (és a korsót K-val, az akót A-val, a pintet P-vel, az iccét I-vel jelölve) a következő egyenlőségeket írhatjuk fel:

$$1 A = 30 P + 10 K \quad (1)$$

$$3 K = 2 I \quad (2)$$

$$1 P = 1 I + 1 K + 2,5 dl \quad (3)$$

$$3 P = 4 I + 3 K \quad (4)$$

A (4) egyenlőségben a 4 iccét 6 korsóra cserélve (a (2) egyenlőség értelmében), adódik, hogy:

$$3 P = 9 K \quad (5)$$

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt

vagyis 1 pint űrtartalma 3 korsóéknak felel meg.

A (3) egyenlőség mindkét oldalát megkétszerezve adódik, hogy:

$$2P = 2I + 2K + 5dl \quad (6)$$

A (6) egyenlőségben a 2 pintet 6 korsóra, míg a 2 iccét 3 korsóra cserélve adódik, hogy:

$$6K = 5K + 5dl \quad (7)$$

A (7) egyenlőségből adódik, hogy egy korsó űrtartalma 5 dl. Ebből megállapítható, hogy egy pint (vagyis 3 korsó) űrtartalma 15 dl, azaz másfél liter, míg egy icce (másfél korsó) űrtartalma 7,5 dl. Egy akó űrtartalma pedig $30 \cdot 15 + 10 \cdot 5 = 500 dl$, vagyis 50 liter.

- 2.) János gazdának 132 véka gabonája termett, ezt a mennyiséget teljes egészében az állatok takarmányozására fordította. A lovak megették a termés $\frac{1}{4}$ részét. A disznók a termés felét és még 8 véka gabonát ettek meg. A juhok a termés hatodát és még 93 liter gabonát ettek meg. Hány liter gabona fér el egy vékában?

Megoldás:

Az állatok takarmányozására összesen a termés $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{11}{12}$ részére és még 8 véka és 93 liter gabonára volt szükség, ez viszont a teljes termést jelenti. Tehát a termés $\frac{1}{12}$ része 8 véka és 93 kg, ez viszont egyenlő a 132 véka $\frac{1}{12}$ részével, azaz $132:12 = 11$ vékával. Tehát a 3 véka gabona 93 kg, így egy vékában 31 kg gabona fér el.

- 3.) János bácsi és Pista bácsi kocsmába mentek. János bácsi 6 kupica és 10 stampedli, míg Pista bácsi 12 kupica és 10 stampedli pálinkát ivott. Végül megállapították, hogy Pista bácsi másfélszer annyit ivott, mint Jóska bácsi, és ketten összesen másfél liter pálinkát ittak. Hány centiliter egy kupica és egy stampedli külön-külön?

Megoldás:

Pista bácsi másfélszer annyit ivott, mint Jóska bácsi, ezért a következő egyenlőség áll fenn:

$$9K + 15S = 12K + 10S$$

A fenti egyenlőség mindkét oldalából eltávolítva 9 kupicát és 10 stampedlit, következik, hogy 3 kupica egyenlő 5 stampedli űrtartalmával. A kettőjük fogyasztása 18 kupica és 20 stampedli, amely összesen $18:3 \cdot 5 + 20 = 50$ stampedlit jelent. Figyelembe véve, hogy együtt másfél liter pálinkát ittak, következik, hogy egy stampedli űrtartalma $150:50 = 3 cl$, míg egy kupica űrtartalma $(5 \cdot 3):3 = 5 cl$.

- 4.) Józsi bácsi és Pista bácsi húst árúsítanak magyar embereknek és angol turistáknak. A magyarok a húst kilogrammban, míg az angolok fontban kérik. Józsi bácsi 24 kg és 80 font húst, míg Pista bácsi 39 kg és 180 font húst adott el. Utána megállapították, hogy ha Józsi bácsi az általa eladott hús egynegyedével többet, míg Pista bácsi az általa eladott hús egyharmadával kevesebbet ad el, akkor Pista bácsi 5 kg-mal több húst adott volna el. Hány dkg egy font hús?

Megoldás:

Ha Józsi bácsi az általa eladott hús egynegyedével többet ad el, akkor 30 kg és 100 font húst értékesített volna. Ha viszont Pista bácsi az eladásának egyharmadával kevesebbet értékesít, akkor ő 26 kg és 120 font húst adott volna el. Mivel így Pista bácsi 5 kg-mal többet adott el, ezért fennáll a következő egyenlőség:

$$30 \text{ kg} + 100 \text{ font} + 5 \text{ kg} = 26 \text{ kg} + 120 \text{ font}$$

A fenti egyenlőség mindkét oldalából levonva 26 kg-ot és 100 fontot következik, hogy $9 \text{ kg} = 20 \text{ font}$, vagyis 20 font 900 dkg-ot jelent. Tehát egy font $900:20 = 45$ dkg-nak felel meg.

Gyakorló feladatok

- 1.) Egy kereskedő a hajóról kiszállva bérelt egy szekeret ahhoz, hogy eljusson a kikötőből abba a városba, ahol az árut értékesíteni tudja. A szekeresnek a város távolságát tengeri mérföldekben adta meg, viszont a szekeres ezt szárazföldi mérföldekben értette. Egy tengeri mérföld 1850 m, míg egy szárazföldi mérföld 1610 m. Miután megtették azt a távolságot, amelyben megegyeztek, a kereskedő megállapította, hogy a teljes távolságból még hátra van 24 tengeri mérföld. Hány méter távolságra van a város a kikötőtől? Ez körülbelül hány kilométernek felel meg?
- 2.) Egy ingatlaniroda három telket értékesített. Az első telket 168 millió forintért adták le, ennek területe másfél hektár volt. A második telek ára 155 millió forint, területe egy hektár és 3500 négyzetméter. A harmadik telek 73 millió forintba került, ennek területe 4500 négyzetméter volt. Mennyi volt egy négyzetméternyi telek átlagos ára?
- 3.) Két borászati vállalat egy bizonyos napon összesen 82 hl és 35 liter bort értékesített. Az első vállalat által eladott bormennyiség egy negyed része egyenlő a második vállalat által eladott mennyiség egy ötöd részével. Hány liter bort adott el a két vállalat külön-külön?
- 4.) A régi népies hosszértékek között szerepel az arasz, a tenyér és a hüvelyk. 5 tenyér és 3 hüvelyk összesen 2 arasz hosszával egyenlő. 1 arasz egyenlő 2 tenyér és 3 hüvelyk hosszával. 2 tenyér és 5 hüvelyk együttes hossza 33 cm. Hány cm egy arasz, egy tenyér és egy hüvelyk külön-külön?

Kitűzött feladatok

- 1.) Régebben a szövetek hosszúságát rőfben mérték, egy magyar rőf 62 cm, míg egy bécsi rőf 78 cm. Egy magyar szabómester Bécsben vásárolt szövetet, viszont a vásárolt mennyiséget rőfben kérte. Ő ezt magyar rőfben gondolta, viszont az osztrák árus bécsi rőfben mérte ki. Miután a vásárlás megtörtént, a szabómester meglepetten tapasztalta, hogy 8 magyar rőffel többet kapott, mint amennyit vásárolni szándékozott. Hány rőf szövetet akart vásárolni a magyar szabó?
- 2.) Jóska bácsi birtoka 7600 négyszögöl szántóföld és 3 és fél hold erdő, míg a Pista bácsi birtoka 4800 négyszögöl szántóföld és 8 hold erdő (a hold és a négyszögöl földterület mérésére alkalmas régi mértékegységek). A Józsi bácsi birtoka a Pista bácsi birtokának a $\frac{3}{4}$ részével egyenlő. Hány négyszögöl egy hold?
- 3.) János bácsi a borát gönci hordókban méri. Egy gönci hordó űrtartalma 136 liter. Egyik évben tavasszal elfogyott a teljes készlet $\frac{1}{3}$ része és még 3 gönci hordó. Nyáron a teljes készlet $\frac{1}{4}$ részénél 58 literrel több bor fogyott el. Ősszel a teljes készlet $\frac{1}{6}$ része és még 2 gönci hordó fogyott el. Elkezeredetten állapította meg, hogy télire mindössze 78 liter bora maradt. Hány gönci hordóból állt a teljes készlet?
- 4.) Pista bácsi kivándorolt Amerikába és aranyásásba kezdett. Azon a vidéken az aranyásók az arany tömegét unciában mérték. Néhány év elteltével Pista bácsi 144 uncia arannyal hazatért Magyarországra. Itt vagyonának egyharmadát és még 560 gramm aranyat egy ház vásárlására fordította. Ezen kívül az ingatlanközvetítőnek ki kellett fizetni a teljes vételár egy nyolcadát. A teljes vagyonának egynegyed részéért vásárolt egy telket. A mezőgazdasági munkálatokra állatokat vásárolt, ezek 714 gramm aranyba kerültek. Végül megállapította, hogy 6 uncia aranya maradt. Hány gramm egy uncia arany?

Beküldési határidő: **2020.11.19.**
Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Dr. Fülöp Zsolt



Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077

☎/fax: 27- 315 - 093

WEB: <http://boronkay.vac.hu> e-mail: boronkay@vac.hu



Levelező Matematika Szakkör

**2020/2021.1. feladatsor
7.-8. évfolyam**

FEJTÖRŐK

Bevezetés

Olyan feladatokkal foglalkozunk, melyek megoldása némi leleményességet, ötletet igényel és nem algoritmikus feladatmegoldási módszerek ismeretét feltételezi. Ezért is nevezzük fejtörőknek e feladatokat. Bemelegítő jellegűnek szánjuk az idei verseny első feladatsorát illetve kedvcsinálónak is. Reméljük kellemes időtöltésnek, szórakoztatónak ítélik meg az érdeklődő diákok. Sok szerencsét, sikert a fejtöréshez!

Mintapéldák

1.) Melyik az a legkisebb természetes szám, melyben a számjegyek összege 2020?

Megoldás:

Minél kevesebb számjegyből építjük föl a keresett számot, annál kisebb lesz. 2020-ban a 9 megvan 224-szer, marad a 4. A 224 darab 9-eshez elég egyetlen számjegyet választani, ez a 4-es.

A keresett szám: 499...9 (224 db 9-es).

2.) Határozzuk meg a törtkifejezés értékét, ha azonos betűk azonos, a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek.

$$\frac{C \cdot S \cdot O \cdot D \cdot \dot{A} \cdot L \cdot A \cdot T \cdot O \cdot S}{B \cdot A \cdot L \cdot A \cdot T \cdot O \cdot N} = ?$$

Megoldás:

A törtkifejezésben 10 különböző betű van, tehát mind a 10 számjegyet használnunk kell, így a 0-t is. A 0 nem kerülhet a nevezőbe, csak a számlálóban állhat. Ezért a számlálóban levő szorzat értéke 0, emiatt a tört értéke is 0 lesz

A feladatsort összeállította:
Merényi Imre

- 3.) Két pohár közül az egyikben 1dl bor, a másikban ugyanennyi víz van. Egy kanál bort átöntünk a vízbe, ezt jól megkavarjuk, majd innen egy kanál folyadékot (víz-bor keveréke) átöntünk a borba. A vízben lesz-e több bor, vagy a borban lesz-e több víz?

Megoldás:

Az öntögetés befejeztével mindegyik pohárban 1-1dl folyadék lesz. Ezért amennyi bor hiányzik a boros pohárban az 1dl-ből, annak a helyén víz van, tehát a boros pohárból hiányzó bor mennyisége egyenlő a vizes pohárból hiányzó víz mennyiségével. Ez azt jelenti, hogy ugyanannyi víz van a boros pohárban, mint amennyi bor van a vizes pohárban.

- 4.) Három ládikó mindegyikében 2-2 golyó van: fehér-fehér, piros-piros, fehér-piros, és mindegyik ládán felirat: FF, PP, FP, ami a ládában levő golyók színét jelzi. Azonban mindegyik felirat hamis. Valamelyik - általunk választott - ládikóból kivehetünk egy golyót, s ezek után meg kell mondani, hogy az egyes ládikókban milyen golyók vannak. Hogyan lehet ezt megtenni?

Megoldás:

Válasszuk a PF feliratú ládát. Ha például pirosat húzunk, akkor az a láda PP. (PF nem lehet, hisz hamis a felirat, és a FF nyilván szóba sem jöhet). Ekkor a PP ládikóban PF nem lehet, mert akkor a FF ládában csak FF lehetne, de ekkor ez a felirat nem lenne hamis. Tehát a PP ládikó valójában FF, az FF láda pedig PF. Hasonlóan tárgyalható az az eset, amikor a PF feliratú ládából fehér színű golyót húzunk.

Gyakorló feladatok

- 1.) Melyik az a legnagyobb négyjegyű természetes szám, amelyben nincs két azonos számjegy, és a számjegyek szorzata 216?
- 2.) Az alábbi számításban a számjegyeket betűkkel helyettesítettük; azonos számjegyeket azonos betűkkel, különböző számjegyeket különböző betűkkel. Milyen számokat rejtenek a betűk?

$$\begin{array}{rcccccc}
 & & T & H & R & E & E \\
 + & & & F & O & U & R \\
 \hline
 & & S & E & V & E & N
 \end{array}$$

- 3.) Egy futóversenyen 12, rajtszámmal (1-től 12-ig) jelzett versenyző indult. Mi volt a beérkezés sorrendje, ha a rajtszám és a helyezési szám szorzata mindig 1-gyel nagyobb egy 13-mal osztható számnál?
- 4.) Adjunk meg olyan pozitív egész számot, amely felírható 3 egymást követő egész szám szorzataként is, és felírható 6 egymást követő egész szám szorzataként is.

Kitűzött feladatok

- 1.) Melyik az a legkisebb természetes szám, melyben a számjegyek szorzata 200?
- 2.) Tudor egy 200-jegyű számra gondolt, amelynek számjegyösszegét megsúgta Vidornak. Vidor kiszámította a neki megsúgott szám számjegyösszegét, s ezt megsúgta Morgónak. Morgó meghatározta ezen szám számjegyösszegét, ami kétjegyű szám volt, s ezt megsúgta Hapcinak. Hapci is meghatározta a számjegyösszeget, s ezt megsúgta Kukának.
Milyen számot súgott Vidor Morgónak? Milyen számot súgott Hapci Kukának?
- 3.) Egy háromszög és egy négyszög oldalainak hány közös pontja lehet, ha nincs közös oldalegyenese a két síkidomnak? (Minden különböző esetet rajzolj le!)
- 4.) Az 1, 2, 3, ..., 15 számokat osszuk szét öt csoportba úgy, hogy mindegyik csoportban három szám legyen, s a három szám közül a legnagyobb egyenlő legyen a másik kettő összegével.

Beküldési határidő:

2020. 11. 19.

Postai cím:

Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Merényi Imre